

## ДИСКРЕТНЫЙ КОНТАКТ С АДГЕЗИЕЙ

***В.В. Измайлов***

Математическое описание контактного взаимодействия реальных технических поверхностей необходимо при решении многих теоретических и прикладных задач, связанных с трением и изнашиванием, контактной тепло- и электро-проводностью, герметичностью стыков, контактной жесткостью. Классические модели дискретного контакта технических поверхностей [1, 2], как и многие другие, строились без учета адгезионного взаимодействия контактирующих тел, при том, что соответствующее теоретическое описание контактного взаимодействия гладких тел правильной геометрической формы разработано достаточно давно [3, 4]. Дело в том, что поверхность реальных деталей имеет отклонения от идеальной формы различного масштаба. На микромасштабном уровне (шероховатость), для которого и строились указанные модели [1, 2], влиянием адгезионного взаимодействия на процессы в контакте в большинстве случаев можно пренебречь. Но с появлением принципиально новых экспериментальных методик исследования поверхности, таких как атомная силовая микроскопия (AFM) и ее разновидность – фрикционная силовая микроскопия (FFM), стал доступен наномасштабный уровень (субшероховатость, или наношероховатость). На уровне субшероховатости роль адгезионного взаимодействия в контактных процессах может быть существенной.

Физической моделью единичного контакта неровности наномасштабного уровня является контакт кантилевера атомного силового микроскопа с исследуемой поверхностью. Изучению таких контактов к настоящему времени посвящено много работ (см., например, обзор [5]). Вместе с тем множественному дискретному контакту на наномасштабном уровне уделяется меньше внимания [6, 7]. В работе [8] рассмотрен адгезионный контакт шероховатых поверхностей. Авторы используют подход, близкий к модели Гринвуда и Вильямсона [2]. Результаты моделирования не могут быть выражены аналитически и представлены только в численном виде. Кроме того, в расчетах используются параметры шероховатости, слабо обеспеченные метрологически.

Необходимость теоретического описания контактного взаимодействия на наномасштабном уровне обусловлена, среди прочего, тем, что с развитием нанотехнологий происходит миниатюризация и микроминиатюризация технических устройств. Широкое распространение получили так называемые микро- и нано-электромеханические системы (MEMS и NEMS). В такого рода устройствах пренебрегать влиянием адгезионных сил на процессы контактного взаимодействия нельзя [6, 9].

Целью данной работы является аналитическое описание множественного дискретного контакта технических поверхностей с учетом их адгезионного взаимодействия.

### *Теоретические предпосылки*

Предлагаемая модель дискретного адгезионного контакта базируется на модели Н.Б. Демкина [1]. В работах [6, 7] использована модель Гринвуда и Вильямсона [2]. Эти модели концептуально близки, что показано в источнике [10]. Там же выявлены достоинства и недостатки каждой из моделей.

Исходные предпосылки следующие. Неровности субшероховатости моделируются выступами в виде сферических сегментов с радиусами закругления вершин  $r$ , распределенными по высоте. Контакт неровностей упругий. Адгезионное взаимодействие поверхностей описывается теорией Дерягина – Муллера – Топорова (DMT-теория [4]).

При наличии вполне определенных количественных критериев выбора соответствующей теории адгезионного взаимодействия среди нескольких альтернативных [11], в данном случае аргументом в пользу DMT-теории послужили скорее общие физические предпосылки, на которых она основана: дальнотействующие поверхностные силы, малые размеры частиц (в данном случае – неровностей субшероховатости), относительно высокие значения модулей упругости материалов контактирующих тел (характерные для металлов).

Наша задача – получить аналитические зависимости, связывающие приложенную к контакту нагрузку с характеристиками контакта, в первую очередь с его деформацией и площадью фактического контакта. Математические выкладки аналогичны тем, которые используются при построении модели дискретного контакта без учета адгезии [1, 10].

Для контакта единичной неровности в рамках принятых предпосылок справедливы следующие соотношения:

$$a_i^3 = \frac{3}{4} \cdot \frac{r}{E^*} (N_i + 2\pi\gamma r), \quad (1)$$

$$\delta_i = \frac{a_i^2}{r}, \quad (2)$$

где  $a_i$  – радиус площадки контакта  $i$ -й неровности;  $r$  – радиус вершин неровностей;  $E^*$  – эквивалентный модуль упругости,  $\frac{1}{E^*} = \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2}$  ( $E_{1,2}$  – модули упругости материалов контактирующих тел);  $N_i$  – часть внешней нагрузки, приходящейся на  $i$ -ю неровность;  $\mu_{1,2}$  – коэффициенты Пуассона;  $\gamma$  – энергия адгезии (энергия Дюпре), которая определяется как работа изотермического обратимого разделения двух конденсированных фаз вдоль межфазной поверхности единичной площади. При этом исчезает межфазная граница с энергией  $\gamma_{1,2}$  и появляются границы раздела двух фаз с газом с энергиями  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ , то есть  $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_{1,2}$ . Для двух идеально совпадающих одинаковых кристаллических решеток  $\gamma_1 = \gamma_2$ ,  $\gamma_{1,2} = 0$  и  $\gamma = 2\gamma_1$ .

Из уравнений (1) и (2) получаем для нагрузки на  $i$ -ю неровность (реакцию  $i$ -й неровности):

$$N_i = \frac{4}{3} E^* r^{\frac{1}{2}} \delta_i^{\frac{3}{2}} - 2\pi\gamma r. \quad (3)$$

Для модели контакта, изображенной на рис. 1:

$$N = \int N_i dn_r, \quad (4)$$

где  $dn_r$  – число контактирующих выступов.

Число контактирующих выступов

$$dn_r = n_m \nu(\nu - 1) \left(\frac{y}{R_p}\right)^{\nu-2} d\left(\frac{y}{R_p}\right), \quad (5)$$

где  $n_m$  – число выступов выше уровня средней плоскости субшероховатости;  $R_p$  – наибольшая высота неровностей над средней плоскостью (высота сглаживания);  $\nu$  – параметр степенной аппроксимации кривой опорной поверхности (кривой Аббота) [1, 10], который является одним из основных в модели Н.Б. Демкина (рис. 1) и характеризует распределение материала по высоте шероховатого слоя («шероховатость» в данном контексте равнозначна понятию «субшероховатость»);  $p$  – деформация контакта (сближение поверхностей).

Координата  $y$  отсчитана от вершины наиболее высокой неровности.

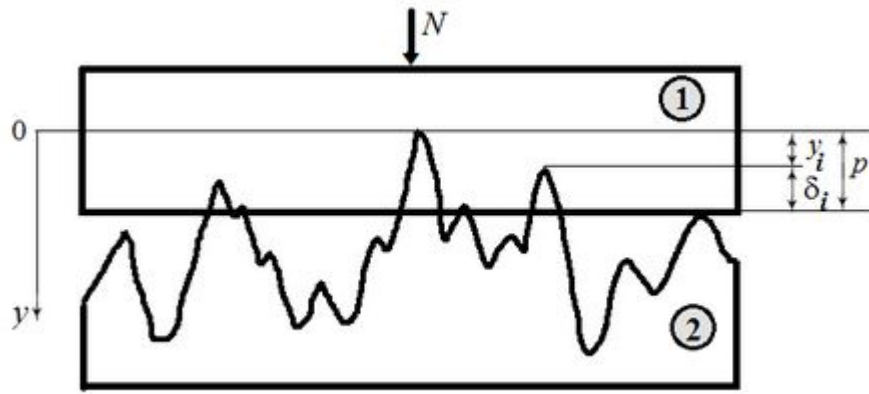


Рис. 1. Контакт гладкой детали 1 с шероховатой деталью 2 (модель Н.Б. Демкина)

Окончательно имеем для нормальной нагрузки, приложенной к контакту:

$$N = n_m \nu(\nu - 1) \int_0^p \left( \frac{4}{3} E^* r^{\frac{1}{2}} (p - y)^{\frac{3}{2}} - 2\pi\gamma r \right) \left( \frac{y}{Rp} \right)^{\nu-2} d\left( \frac{y}{Rp} \right). \quad (6)$$

Выполняя интегрирование, получим:

$$N = n_m \nu(\nu - 1) B\left(\frac{5}{2}; \nu - 1\right) \cdot \frac{4}{3} E^* \sqrt{R_p^3 r} \cdot \varepsilon^{\nu+\frac{1}{2}} - n_m 2\pi\gamma r \varepsilon^{\nu-1}, \quad (7)$$

где  $B\left(\frac{5}{2}; \nu - 1\right)$  – бета-функция;  $\varepsilon = p/Rp$  – относительная деформация контакта.

Для числа выступов выше уровня средней плоскости

$$n_m = \frac{A_n \cdot tm}{2\pi r \cdot Rp}, \quad (8)$$

где  $A_n$  – номинальная площадь контакта;  $tm$  – относительная опорная длина профиля на уровне средней линии (совпадает с относительной опорной площадью субшероховатости на уровне средней плоскости) [1, 10].

Обозначив  $K_B = \nu(\nu - 1) B\left(\frac{5}{2}; \nu - 1\right)$  и  $p_n = N/A_n$  – номинальное давление в контакте, получим:

$$p_n = tm \left( \frac{2K_B}{3\pi} E^* \sqrt{\frac{Rp}{r}} \cdot \varepsilon^{\nu+\frac{1}{2}} - \frac{\nu\gamma}{Rp} \varepsilon^{\nu-1} \right). \quad (9)$$

Значения коэффициента  $K_B$  в зависимости от параметра  $\nu$  приведены на рис. 2. Используя степенную аппроксимацию кривой опорной поверхности [1] в виде

$$\eta_r = t_m \varepsilon^\nu, \quad (10)$$

где  $\eta_r = A_r/A_n$  – относительная площадь фактического контакта, получим параметрическую связь площади фактического контакта  $A_r$  с номинальным контактным давлением  $p_n$  в виде уравнений (9) и (10).

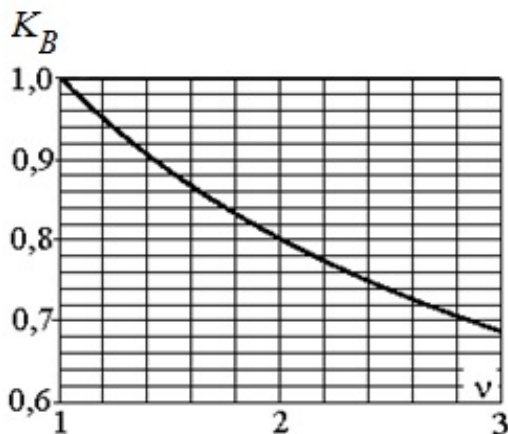


Рис. 2. Значения коэффициента  $K_B$

*Анализ результатов*

При отсутствии адгезионных сил ( $\gamma = 0$ ) уравнение (9) принимает вид, совпадающий с формулой зависимости относительной деформации контакта от номинального давления в модели Н.Б. Демкина [10]:

$$\varepsilon = \left( \frac{3\pi}{2K_B} \cdot \frac{p_n}{t_m E^* \sqrt{\frac{Rp}{r}}} \right)^{\frac{1}{\nu + \frac{1}{2}}} \quad (11)$$

Из уравнения (9) следует, что даже при отсутствии внешней сжимающей силы ( $p_n = 0$ ) деформация контакта  $\varepsilon \neq 0$ . Эта деформация – обозначим ее  $\varepsilon_0$  – результат действия адгезионных сил. Приравнявая  $p_n$  к 0, из уравнения (9) для  $\varepsilon_0$  имеем:

$$\varepsilon_0 \approx \left( \frac{\nu}{K_B} \cdot \frac{\gamma}{E^*} \cdot \sqrt{\frac{r}{R_a^3}} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (12)$$

где  $R_a$  – среднее арифметическое отклонение субшероховатости,  $R_a \approx Rp/(2,5-3)$ .

Очевидно, что безразмерный комплекс

$$\psi_{adh} = \frac{\nu}{K_B} \cdot \frac{\gamma}{E^*} \cdot \sqrt{\frac{r}{R_a^3}} \quad (13)$$

может служить характеристикой влияния адгезионных сил на процесс контактирования поверхностей: чем больше величина  $\psi_{adh}$ , тем сильнее деформация контакта, обусловленная влиянием адгезии (рис. 3).

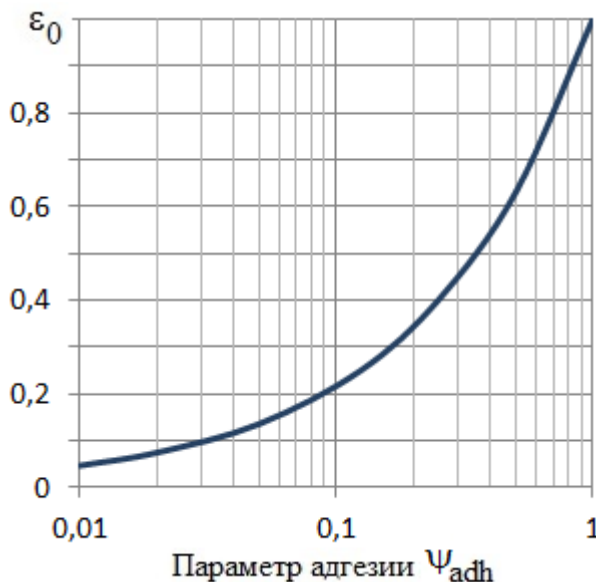


Рис. 3. Влияние параметра адгезии на деформацию контакта

В работе [12] также предложен критерий оценки влияния адгезионных сил на контакт шероховатых тел. С небольшой разницей в числовых коэффициентах (отсутствуют параметры  $\nu$  и  $K_B$ ) он является величиной, обратной предлагаемому нами критерию  $\psi_{adh}$ , то есть с ростом величины критерия уменьшается влияние адгезии. Нам представляется более логичным, что величина критерия должна быть связана прямой зависимостью с явлением, характеризуемым этим критерием (рис. 4). Такой же логики придерживаются и авторы работы [8], предложившие критерий

$$\Delta_c = \left( 0,51 \sqrt{\frac{r}{\sigma^3}} \cdot \frac{\gamma}{E^*} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (14)$$

где  $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение шероховатости. На деле все три критерия близки по смыслу и характеризуют соотношение внешней сжимающей силы и силы молекулярного притяжения.

Что касается числовых значений критерия  $\psi_{adh}$ , нужно иметь в виду следующие обстоятельства. На рис. 3 зависимость  $\varepsilon_0$  от  $\psi_{adh}$  формально построена до значений  $\varepsilon_0 = 1$ . Однако на практике величина относительной деформации  $\varepsilon > 0,5$  встречается только в тяжело нагруженных соединениях. При таких деформациях нарушаются принятые в настоящей модели предпосылки. Во-первых, появляются пластические деформации неровностей. Во-вторых, проявляется взаимное влияние неровностей, то есть их деформация перестает быть независимой. Наконец, в-третьих, контакт становится насыщенным, то есть все выступы вступают в контакт, и число

контактирующих выступов перестает зависеть от деформации. Это означает, что уравнение (5) становится неприменимым.

Значению  $\varepsilon_0 = 0,5$  соответствует значение критерия  $\psi_{adh} \approx 0,33$ , поэтому будем считать, что при  $\psi_{adh} > 0,33$  на характеристики контакта решающее влияние оказывают адгезионные силы. При  $\psi_{adh} < 0,01$  деформация контакта, вызванная адгезионными силами, составляет менее 5 % от общей деформации. В этом случае влиянием адгезии можно пренебречь.

Для иллюстрации влияния адгезионных сил на характеристики контакта с помощью формул (9) и (10) выбраны параметры субшероховатости, соответствующие реальным параметрам рабочей поверхности концевой меры длины (так называемая плитка

Параметры субшероховатости

$Rp$ , нм	$r$ , нм	$tm$	$v$
10	200	0,5	3

Иогансона), которые приведены в таблице. Приведенный модуль упругости  $E^* = 10^{11}$  Па. Энергия адгезии  $\gamma$  принята равной  $0,25 \text{ Дж/м}^2$ .

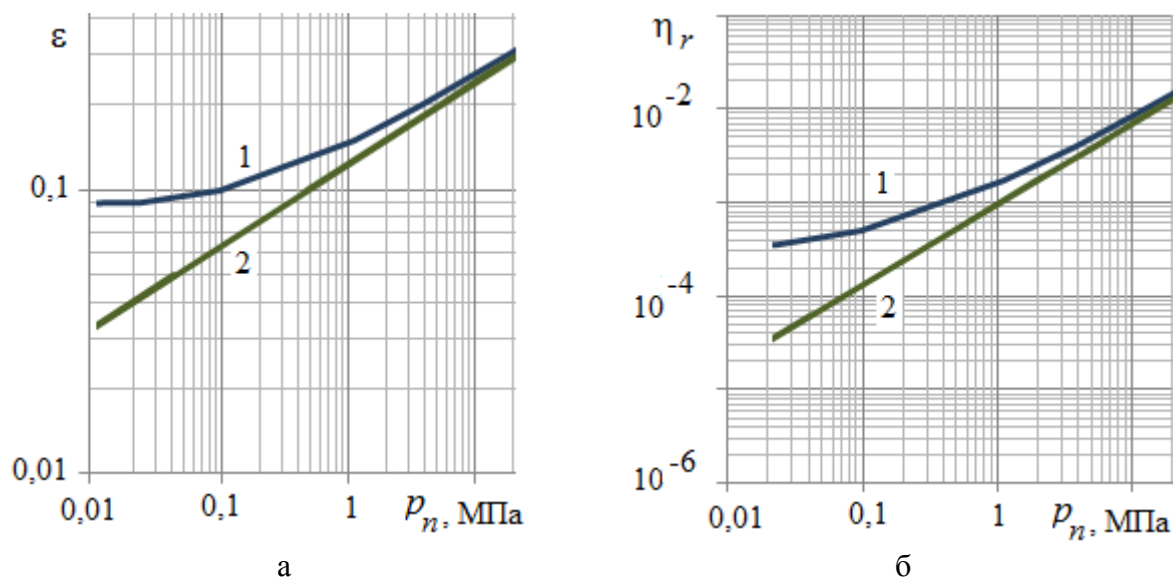


Рис. 4. Влияние адгезионных сил на относительную деформацию контакта  $\varepsilon$  (а) и относительную площадь фактического контакта  $\eta_r$  (б):  
1 – с учетом адгезии; 2 – без учета адгезии

Влияние энергии адгезии на характеристики контакта иллюстрируется рис. 5. Чем выше энергия адгезии, тем больше величина относительной площади контакта при том же значении внешнего давления. При больших значениях приложенного к контакту давления влияние сил адгезии уменьшается.

Полученные аналитические выражения, связывающие характеристики контакта с приложенной внешней нагрузкой при наличии сил адгезионной природы между контактирующими телами, позволяют проанализировать влияние адгезии на процессы контактного взаимодействия реальных технических поверхностей.

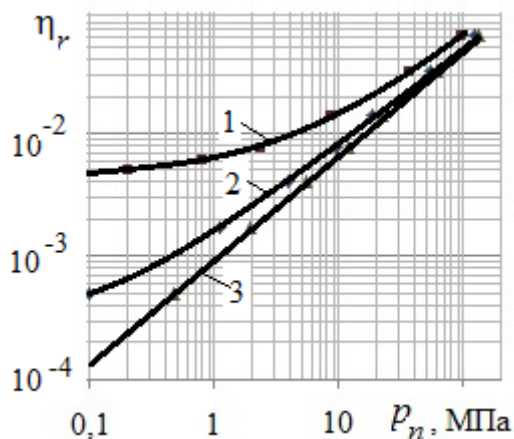


Рис. 5. Влияние энергии адгезии на относительную площадь фактического контакта:  
 1 – при  $\gamma = 1$  Дж/м<sup>2</sup>;  
 2 – при  $\gamma = 0,25$  Дж/м<sup>2</sup>;  
 3 – без учета адгезии

При расчете характеристик контакта металлических деталей на микромасштабном уровне (шероховатость поверхности) при достаточно больших контактных давлениях ( $p_n > 10$  МПа) влиянием адгезии можно пренебречь. При рассмотрении процессов контактирования на наномасштабном уровне (субшероховатость поверхности) при малых контактных давлениях ( $p_n < 1$  МПа) следует учитывать влияние адгезионных сил на характеристики контакта. Предложен критерий оценки влияния адгезионных сил на параметры контакта, который зависит от параметров шероховатости (субшероховатости), механических свойств материалов контактирующих тел и поверхностной энергии (энергии адгезии).

#### Библиографический список

1. Демкин, Н.Б. Контактное взаимодействие шероховатых поверхностей / Н.Б. Демкин. М.: Наука, 1970. 227 с.
2. Greenwood, J.A. Contact of nominally flat surfaces / J.A. Greenwood, J.B.P. Williamson // Proc. Roy. Soc., Ser. A, V. A295, No. 1442, 1966. P. 300–319.
3. Johnson, K. L. Surface Energy and the Contact of Elastic Solids / K. L. Johnson, K. Kendall, A. D. Roberts // Proc. Roy. Soc., Ser. A, V. A324, No. 1558, 1971. P. 301–313.
4. Derjaguin, B.V. Effect of Contact Deformations on the Adhesion of Particles / B.V. Derjaguin, V.M. Muller, Yu.P. Toporov // J. Colloid and Interface Science, V. 53, Issue 2, 1975. P. 314–326.
5. Szlufarska, I. Recent Advances in Single-asperity Nanotribology / I. Szlufarska, M. Chandross, R.W. Carpick // J. Phys. D: Applied Physics, V. 41, No. 12, 123001, 2008. 39 p.
6. Zhao, Y.-P. Mechanics of Adhesion in MEMS – a review / Y.-P. Zhao, L.S. Wang, T.X. Yu. // J. Adhesion Sci. Technol., V. 17, No. 4, 2003. P. 519–546.
7. Gui, C. The Effect of Surface Roughness on Direct Wafer Bonding / C. Gui, M. Elwenspoek, N. Tas, J.G.E. Gardeniers // J. Applied Phys., V. 85, No. 10, 1999. P. 7448–7454.
8. Свириденко, А.И. Механика дискретного фрикционного контакта / А.И. Свириденко, С.А. Чижик, М.И. Петроковец. Минск: Навука і тэхніка, 1990. 272 с.
9. Adhesion Aspects in MEMS/NEMS. Leiden – Boston: CRC Press, 2010. 410 p.
10. Измайлов, В.В. Контакт твердых тел и его проводимость: монография / В.В. Измайлов, М.В. Новоселова. Тверь: ТГТУ, 2010. 112 с.
11. Xinghua Shi. Comparison of various adhesion contact theories and the influence of dimensionless load parameter / Xinghua Shi, Ya-Pu Zhao // J. Adhesion Sci. Technol., V. 18, No. 1, 2004. P. 55–68.
12. Fuller, K.N.G. The Effect of Surface Roughness on the Adhesion of Elastic Solids / K.N.G. Fuller, D. Tabor // Proc. Roy. Soc., Ser. A, V. A345, No. 1642, 1975. P. 327–342.